

Функция Эйри

И. И. Иванов

20 февраля 2011 г.

Аннотация

Функция Эйри широко используется и в оптике, и в квантовой механике. Нас будет интересовать ее асимптотическое поведение.

1 Функция Эйри

Функция Эйри впервые появилась в работе [1]. Она определяется следующим образом

$$\text{Ai}(x) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \cos\left(\frac{t^3}{3} + xt\right) dt.$$

Функция Эйри является ограниченным решением следующего дифференциального уравнения [2]

$$y'' - xy = 0.$$

2 Асимптотическое поведение

При стремлении x к $+\infty$ функция Эйри экспоненциально убывает, при стремлении к $-\infty$ испытывает медленно убывающие по амплитуде колебания. Итак, при $x \rightarrow +\infty$

$$\text{Ai}(x) \sim \frac{e^{-\frac{2}{3}x^{3/2}}}{2\sqrt{\pi}x^{1/4}},$$

а при $x \rightarrow -\infty$

$$\text{Ai}(x) \sim \frac{\sin\left(\frac{2}{3}|x|^{3/2} + \frac{1}{4}\pi\right)}{\sqrt{\pi}|x|^{1/4}}.$$

Список литературы

- [1] G.B. Airy, *On the intensity of light in the neighbourhood of a caustic*, Transactions of the Cambridge Philosophical Society, 6, 3, pp. 397–403 (1838)
- [2] Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Квантовая механика*, Физматлит, 1989