

Производящая функция пуассоновского распределения

И. И. Иванов

Аннотация

Производящие функции — это удобный инструмент для работы с дискретными случайными величинами. Мы построим производящую функцию для пуассоновского распределения.

1 Производящие функции

Пусть X — неотрицательная целочисленная случайная величина и

$$p_k = P(X = k), \quad k = 0, 1, 2, \dots$$

соответствующие вероятности. Используя эти вероятности, построим функцию

$$\varphi(z) = \varphi_X(z) = p_0 + p_1 z + p_2 z^2 + \dots + p_n z^n + \dots$$

Она называется *производящей функцией случайной величины X* . С помощью производящей функции легко вычисляются основные характеристики случайной величины X , например, математическое ожидание $E(X) = \varphi'_X(1)$.

2 Распределение Пуассона

Для пуассоновски распределенной случайной величины X имеем

$$P(k) = P(X = k) = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}, \quad k = 0, 1, 2, 3, \dots$$

Найдем производящую функцию этого распределения [1, 2]

$$\varphi(z) = \varphi_\lambda(z) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda} z^k = e^{-\lambda} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(\lambda z)^k}{k!} = e^{-\lambda} e^{\lambda z} = e^{\lambda(z-1)}.$$

Список литературы

- [1] В. Феллер, *Введение в теорию вероятностей и ее приложения*, Мир, 1984
- [2] А. Н. Ширяев, *Вероятность*, МЦНМО, 2007