

Осесимметричный мениск

И. И. Иванов

9 марта 2011 г.

Аннотация

Изучается форма мениска, образующегося при погружении в жидкость прямого кругового цилиндра. Используется уравнение Лапласа.

1 Уравнение Лапласа

Условие равновесия на поверхности $z = z(x, y)$ несжимаемой жидкости, находящейся в поле тяжести и граничащей с атмосферой, имеет вид

$$\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{g\rho}{\alpha} z = \text{const.}$$

Здесь R_1 и R_2 — главные радиусы кривизны поверхности, g — ускорение силы тяжести, ρ — плотность и α — поверхностное натяжение [1, 2].

2 Дифференциальное уравнение

Для поверхности, которая получается вращением графика $z = z(x)$ вокруг оси z , это уравнение приобретает вид

$$z'' = (1 + z'^2) \left((1 + z'^2)^{\frac{1}{2}} \frac{z}{\ell^2} - \frac{z'}{x} \right),$$

где $\ell = \sqrt{\alpha/g\rho}$. В случае цилиндра, опущенного в жидкость, граничные условия определяются углом смачивания θ на поверхности цилиндра при $x = r$, именно, $z'(r) = -\text{ctg } \theta$, а также условием $z \rightarrow 0$ при $x \rightarrow \infty$. Решение этого уравнения не может быть получено в конечной форме [3].

Список литературы

- [1] Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Гидродинамика*, Физматлит, 2007
- [2] С. Pozrikidis, *Fluid Dynamics*, Springer, 2009
- [3] Л. Прандтль, *Гидроаэромеханика*, РХД, 2000