

Гауссов интеграл

И. И. Иванов

Аннотация

Гауссов интеграл широко используется в теории вероятностей и статистике, в квантовой и статистической физике. Можно сказать, повсюду.

1 Определение

Под гауссовым интегралом понимается интеграл вида

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2} dx.$$

Впервые он был вычислен Леонардом Эйлером в 1729 г. Это было, когда Эйлер в первый раз приехал в Россию, он тогда с 1727 по 1741 г. жил в Петербурге. Его второй приезд приходится на 1766–1783 годы.

2 Вычисление

По-видимому, самый простой способ вычисления гауссова интеграла связан с применением полярной системы координат. Итак,

$$I^2 = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2} dx \int_{-\infty}^{\infty} e^{-y^2} dy = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2-y^2} dx dy.$$

После перехода к полярной системе координат получим $I^2 = \pi$. Это как раз тот самый результат, который нам нужен [1, 2]

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2} dx = \sqrt{\pi}.$$

Список литературы

- [1] В. А. Зорич, *Математический анализ*. Ч. I. М, МЦНМО, 2007
- [2] Ж. Зинн-Жюстен, *Континуальный интеграл в квантовой механике*, Физматлит, 2006